Der ARISTO-Rechenstab für Temperaturstrahlung stellt ein wertvolles Hilfsmittel zur Integration des Planckschen Strahlungsgesetzes dar und ermöglicht auf einfache Weise die Berechnung der Energieverteilung in der schwarzen Strahlung.

Bezeichnungen:

- h Plancksches Wirkungsquantum
- c Lichtgeschwindigkeit
- λ Wellenlänge
- k Boltzmann-Konstante
- T absolute Temperatur

I. Einführung

Der Gebrauchsanleitung sei eine kurze Betrachtung der physikalischen Grundlagen des Wärmestrahlungsproblems vorangestellt.

In der Form

$$(1) \quad E(\lambda,T) = 2hc^2 \int_0^{\lambda} \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \, d\lambda$$

gibt das Plancksche Strahlungsgesetz den auf das Intervall $(0,\lambda)$ entfallenden Betrag der Strahlungsenergie an, die von 1 cm^2 des schwarzen Strahlers in die Einheit des Raumwinkels ausgesandt wird.

Mit Hilfe der Substitution $z = \frac{hc}{\lambda kT}$ geht (1) über in

$$(2) \quad E(z) = \frac{2k^4 T^4}{h^3 c^2} \int_z^{\infty} \frac{z^3}{e^z - 1} \, dz$$

Die Gesamtenergie der von 1 cm^2 des schwarzen Strahlers in die Einheit des Raumwinkels ausgehenden Strahlung erhält man aus (2) durch Ausdehnung des Integrationsintervalles:

$$(3) \quad E = \frac{2k^4 T^4}{h^3 c^2} \int_0^{\infty} \frac{z^3}{e^z - 1} \, dz = \frac{2k^4 \pi^4}{15 h^3 c^2} T^4$$

„Safir-Normdruck" 04 6111 67

13 Mü 62

Aus (3) ergibt sich durch Multiplikation mit π (dabei ist der Lambertsche cos-Faktor berücksichtigt) die in den Halbraum in einer Sekunde von 1 cm^2 des Strahlers ausgehende Energie:

(4) $E = \frac{2 k^4 \pi^5}{15 h^3 c^2} T^4 = \sigma T^4$ (Stefan-Boltzmannsches Gesetz)

Das Maximum der Strahlungsenergie liegt bei einer Wellenlänge λ, die dem Wienschen Verschiebungsgesetz

(5) $\lambda_{max.} T = const.$

genügt.

„Safir-Normdruck" 04 6111 67

33 Mü 62

II. Die Skalen

Die obere, mit T bezeichnete, Zungenskala enthält absolute Temperaturen von 10 bis 10^5 Kelvingrade.

Auf der mittleren Zungenskala sind die Werte von 10^{-7} bis 10^{+8} Watt/cm^2 aufgetragen. Zwischen ihr und der oberen Zungenskala besteht die Beziehung

$$E = \frac{\sigma}{\pi} T^4$$

so daß der auf die Emission von 1 cm^2 pro Sekunde in die Einheit des Raumwinkels entfallende Anteil der gesamten Energie des Spektrums direkt unter den T-Werten der oberen Zungenskala abgelesen werden kann.

Die Zungenskala enthält Wellenlängen λ von 0,1μ bis 1000μ. Sie ist eine zur Temperatur-Skala reziproke und um den Faktor 10^4 versetzte Skala. Ihr entnimmt man bei der Marke ▲ die Wellenlänge λ_{max}, bei der die Strahlungsenergie ihren größten Wert hat. Für die Werte der oberen und unteren Zungenskala, die durch Marken angezeigt werden, gilt das Wiensche Verschiebungsgesetz. Die unterste Körperskala gibt auf die Gesamtenergie (= 100 %) bezogene Prozentwerte für:

$$E = \frac{\sigma}{\pi} T^4 \int_z^\infty \frac{15}{\pi^4} \cdot \frac{z^3}{e^z - 1}\, dz = Q \cdot W(z) \qquad \left(Q = \frac{\sigma}{\pi} T^4\right)$$

III. Anwendung

Um nun die Anwendung des Rechenstabes kennenzulernen, wählen wir uns ein übersichtliches Beispiel:

Man kann die Sonne angenähert als schwarzen Strahler betrachten. Ihre Temperatur beträgt etwa 5700° K.

(a) Wie groß ist die Intensität der Gesamtstrahlung

$$E = \frac{\sigma}{\pi} T^4$$

in die Einheit des Raumwinkels?

(b) Bei welcher Wellenlänge liegt die Stelle maximaler Intensität?

(c) Wieviel Prozent der Intensität liegen im sichtbaren Gebiet (0,41 - 0,72μ) ?

„Safir-Normdruck" 04 6111 67
33 Mü 62

Man stellt den Läuferstrich auf den Pfeil der oberen Körperleiste mit der Bezeichnung "Einstellung" und zieht die Zunge des Rechenstabes soweit nach rechts heraus, bis die Temperatur 5700° K der oberen Skala (T) sich unter der Einstellmarke R des Stabkörpers befindet. Dann hat man nur noch abzulesen:

(a) Auf der mittleren Zungenskala, direkt unter der eingestellten Temperatur, die Intensität der Gesamtstrahlung in die Einheit des Raumwinkels $E \approx 1900$ Watt/cm^2.

(b) Auf der unteren Zungenskala (λ) über dem Ablesepfeil "Max." des Stabkörpers: Die Wellenlänge des Intensitätsmaximums $\lambda = 0{,}51\mu$.

(c) In der Prozentskala für Wellenlängen unterhalb von

$$\mu = 0{,}72 \text{ für } W\ (0 < \lambda < 0{,}72\ ) = 50\ \%$$

$$\mu = 0{,}41 \text{ für } W\ (0 < \lambda < 0{,}41\ ) = 13\ \%$$

Denn die beiden unteren Skalen zeigen zusammen an, wie sich die Gesamtstrahlung auf das Spektrum bei einer bestimmten Temperatur verteilt.

Die Intensität im sichtbaren Gebiet beträgt also

$$W\ (0{,}41\mu < \lambda < 0{,}72\mu) = 37\ \%$$

Es wird dem Benutzer des Rechenstabes nicht schwer fallen, anhand dieses einen Beispiels auch umgekehrt z. B. aus der gemessenen Wellenlänge eines Intensitätsmaximum die zugehörige Strahlungstemperatur zu berechnen.

„Sofir-Normdruck" 04 6111 67

33 Mü 62